

Termodinâmica Tutorial 6 O Paramagneto de 2 estados NOME _____

Aquecimento: Relembre a definição termodinâmica de temperatura $\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_{V,N}$. Esboce o gráfico de entropia em função da energia para um sistema normal, como gás ideal ou um sólido de Einstein. Qual a inclinação da curva quando $U=0$?



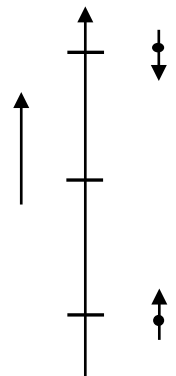
A maioria dos sistemas termodinâmicos tem energia *ilimitada*. Não existe um limite superior para a energia permitida ao sistema.

Considere um paramagneto de 2 estados que consiste em N spins (momentos magnéticos) fracamente acoplados, cada um com momento magnético de módulo μ . Cada momento pode apontar para cima ou para baixo. Mostro aqui um particular microestado de um paramagneto com $N=30$:

↓ ↑ ↑ ↑ ↑ ↓ ↓ ↑ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↑ ↓ ↑ ↓ ↓ ↓ ↓ ↑ ↑ ↑ ↓ ↑ ↑ ↓ $N = N_{\uparrow} + N_{\downarrow} = \text{fixo}$, mas $N_{\uparrow}$ e $N_{\downarrow}$ podem variar.

- Escreva uma fórmula para a multiplicidade $\Omega = \Omega(N, N_{\uparrow})$ de um paramagneto.

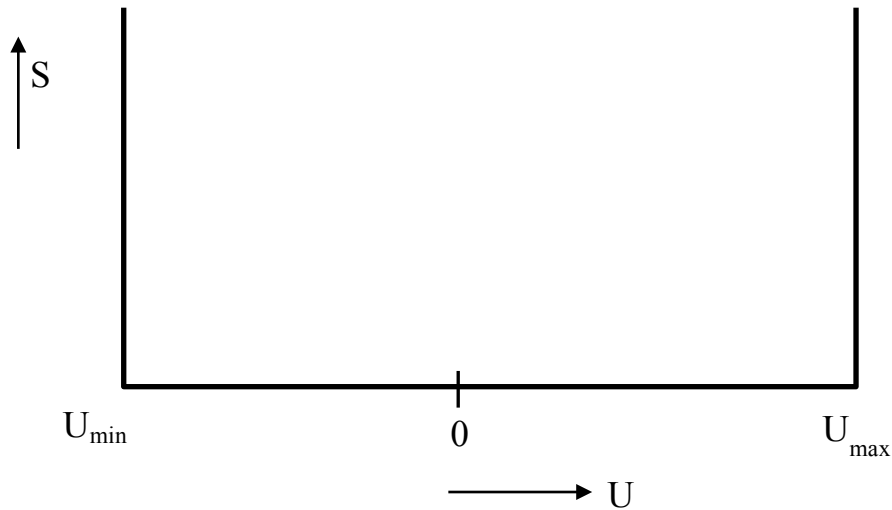
O paramagneto está sujeito a um campo magnético externo de módulo B , que aponta para cima. Os momentos magnéticos querem se alinhar com o campo B . A energia de um momento magnético μ num campo B é $-\mu B$ se o momento e B apontam na mesma direção, ou $+\mu B$ quando apontam em direções opostas ou $-\vec{\mu} \cdot \vec{B}$.



- Represente um paramagneto com $N=10$ quando ele está em seu estado de energia mais baixa. Qual a entropia deste estado fundamental?
- Represente um paramagneto com $N=10$ quando ele está em seu estado de mais alta energia. Qual a entropia deste estado?
- Represente um paramagneto com $N = 10$ quando sua energia total é zero. Qual a entropia deste estado?

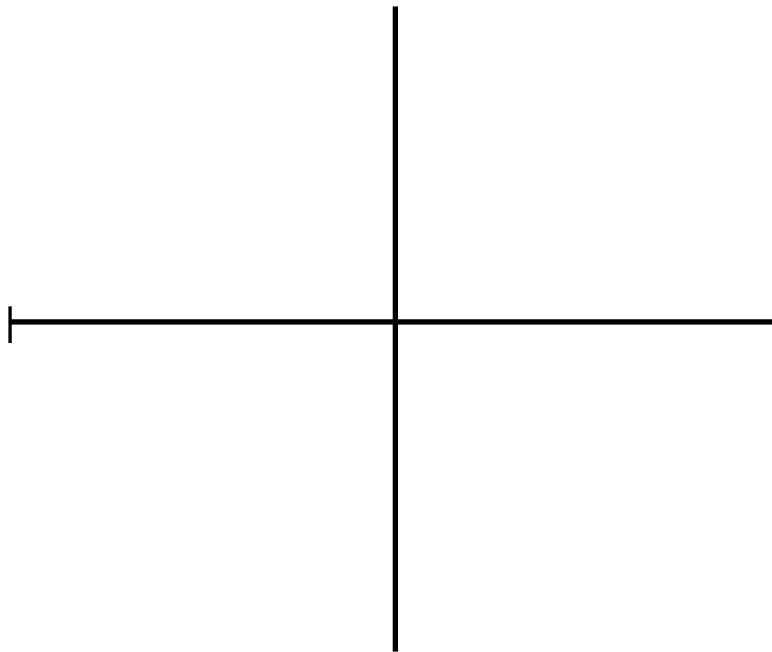
Perceba que a energia de um paramagneto tem valor *limitado*. Ao contrário da maioria dos sistemas, ditos *normais*, o paramagneto tem um máximo na energia que lhe é permitida.

Esboce o gráfico S em função de U , entropia x energia, para um paramagneto com N spins.



- Indique pontos em sua curva de S x U onde a temperatura T é baixa (perto de 0), média, e muito alta. Onde nesta curva a temperatura do sistema tem seu valor máximo?

Esboce um gráfico de temperatura como função da energia, T x U , para um paramagneto.



Se um paramagneto com temperatura negativa (com energia U perto de $U_{\max}$, por exemplo), é posto em contato com um paramagneto de temperatura positiva, em que direção vai ocorrer o fluxo de energia para aumentar a entropia total? De T negativa para T positiva ou de T positiva para T negativa?

Uma temperatura T negativa é “mais fria que zero” ou “mais quente que infinito”?

Solução analítica

Escreva a entropia do paramagneto e use a aproximação de Stirling para obtê-la numa forma mais simples;

Escreva sua energia térmica em função do número N de dipolos e do número de dipolos que apontam a favor do campo externo $N_{\uparrow}$;

Obtenha a derivada parcial de U em relação a $N_{\uparrow}$; inverta esta derivada;

Obtenha a equação de estado térmica – use a regra da cadeia, lançando mão do resultado acima;

Explicite U como função de T ; escreva esta equação em função da variável adimensional $x = \frac{\mu B}{kT}$;

Relembre as definições das funções hiperbólicas e escreva U e M (magnetização) em termos da $\tanh x$;

Obtenha o limite de M para altas temperaturas (lembre que, se $x \ll 1$, $\tanh x \approx x$): esta é a lei de Curie;

Determine a capacidade térmica do paramagneto.